Fattorizzazione di Trinomi di II grado

Istituto "ASSTEAS"-Buccino-

F. Fernicola 15 Marzo 2023

A lezione ci siamo occupati della fattorizzazione del trinomio:

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

e la fattorizzazione del trinomio è stata analizzata in due casi possibili:

a) $a = 1$ e quindi polinomi del tipo $p(x) = x^2 - 5x + 6$

b) $a \neq 1$ e quindi polinomi del tipo $p(x) = 2x^2 - x - 3$

La curiosità ci spinge oltre e la domanda che ci poniamo è la seguente: **«Ogni trinomio di II grado è fattorizzabile?»**. La risposta è negativa e per meglio comprendere la risposta alla domanda precedente dobbiamo introdurre la nozione di *DISCRIMINANTE* di un trinomio di II grado.

Definizione 1 *Assegnato il trinomio* $p(x) = ax^2 + bx + c$*, si chiama* discriminante *del trinomio la quantità* $\Delta = b^2 - 4ac$*. Il discriminante si indica con il simbolo* Δ *dell'alfabeto greco.*

Esempio 2 *Assegnato il trinomio* $p(x) = x^2 - 4x + 3$*, poiché* $a = 1$*,* $b = -4$ *e* $c = 3$ *in questo caso* $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (3) = 16 - 12 = 4$*; in sintesi possiamo dire che il trinomio* $p(x) = x^2 - 4x + 3$ *ha* discriminante $\Delta = 4$.

Esempio 3 *Assegnato il trinomio* $p(x) = 4x^2 + 12x + 9$*, poiché* $a = 4$*,* $b = 12$ *e* $c = 9$ *in questo caso* $\Delta = b^2 - 4ac = (12)^2 - 4 \cdot (4) \cdot (9) = 144 - 144 = 0$*; in sintesi possiamo dire che il trinomio* $p(x) = 4x^2 + 12x + 9$ *ha* discriminante $\Delta = 0$.

Esempio 4 *Assegnato il trinomio* $p(x) = 3x^2 + 4x + 2$*, poiché* $a = 3$*,* $b = 4$ *e* $c = 2$ *in questo caso* $\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \cdot (3) \cdot (2) = 16 - 24 = -8$*; in sintesi possiamo dire che il trinomio* $p(x) = 3x^2 + 4x + 2$ *ha* discriminante $\Delta = -8$.

Non ci vuole molto per intuire, guardando i tre esempi precedenti, che per un trinomio di II grado ci sono tre possibilità per il suo *DISCRIMINANTE*, può accadere una è una sola delle seguenti eventualità: $\Delta > 0$, $\Delta = 0$, $\Delta < 0$.

Uno studente a questo punto si potrebbe chiedere: **«Perchè tutta questa storia del *discriminante*?»**. La risposta sta nella seguente:

Proposizione 5 *Un trinomio di II grado* $p(x) = ax^2 + bx + c$ *è* *riducibile* *se e solo se* $\Delta > 0$ *o* $\Delta = 0$. *Un trinomio di II grado* $p(x) = ax^2 + bx + c$ *con* $\Delta < 0$ *per contro è* *irriducibile* *ed esso non si può scrivere come prodotto di due polinomi di I grado.*

Esempio 6

I seguenti trinomi di II grado sono tutti irriducibili in $\mathbb{R}$*:*

a) $p(x) = x^2 + x + 2$ *b)* $p(x) = 3x^2 + 5x + 3$ *c)* $p(x) = -x^2 + 3x - 9$

Se voi con molta pazienza calcolate tutti i discriminanti dei trinomi negli esercizi svolti a scuola o che sono stati assegnati a casa come compiti hanno tutti il discriminante $\Delta > 0$.

Esercizio 1

Per ciascuno dei seguenti trinomi di II grado determinate il discriminante ed eventualmente fattorizzatelo. Alla fine degli esercizi cercate di fare un'analisi di quanto si è presentato nello svolgimento degli esercizi:

a) $p(x) = x^2 - 5x - 6$ *b)* $p(x) = x^2 - 3x - 10$ *c)* $p(x) = x^2 + 6x - 16$

d) $p(x) = 2x^2 - 9x - 5$ *e)* $p(x) = 5x^2 + 7x - 6$ *f)* $p(x) = 7x^2 - 27x - 4$

g) $p(x) = x^2 + 6x + 9$ *h)* $p(x) = 16x^2 + 24x + 9$ *i)* $p(x) = 4x^2 + 4x + 1$

j) $p(x) = x^2 - 4x + 4$ *k)* $p(x) = 36x^2 + 12x + 1$ *l)* $p(x) = 25x^2 + 20x + 4$

m) $p(x) = 6x^2 + 7x - 3$ *n)* $p(x) = 10x^2 - 13x - 3$ *o)* $p(x) = 8x^2 + 10x + 3$

p) $p(x) = x^2 + x + 3$ *q)* $p(x) = 2x^2 + x + 5$ *r)* $p(x) = 4x^2 - 3x + 2$

Conclusioni: