

Soluzione Forum 6 12 2021



Esercizio 1 Risolvere il seguente sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} \frac{4x-1}{2x+3} \leq \frac{8x(x-1)}{(2x+3)^2} \\ -\frac{1}{2}(x+2) \leq \frac{\frac{3}{5}(x+1)^2}{(x+1)^2} \end{cases}$$

Svolgimento

$$\begin{cases} \frac{8x(x-1)}{(2x+3)^2} - \frac{4x-1}{2x+3} \geq 0 \\ \frac{x+2}{(x+1)^2} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8x^2 - 8x - 8x^2 - 10x + 3}{(2x+3)^2} \geq 0 \\ \frac{x+2}{(x+1)^2} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-18x+3}{(2x+3)^2} \geq 0 \\ \frac{x+2}{(x+1)^2} \geq 0 \end{cases}$$

Questo è equivalente a risolvere il seguente sistema:
$$\begin{cases} \frac{-18x+3}{(2x+3)(2x+3)} \geq 0 \\ \frac{x+2}{(x+1)(x+1)} \geq 0 \end{cases}$$

La **(PARTE 1)** consiste nel determinare le soluzioni della prima disequazione del sistema che è una disequazione fratta:

$$\frac{-18x+3}{(2x+3)(2x+3)} \geq 0$$

$$F_1 : -18x+3 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{6} \Rightarrow S_1 = \left(-\infty, \frac{1}{6}\right]$$

$$F_2 : 2x+3 > 0 \Rightarrow S_2 = \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

$$F_3 : 2x+3 > 0 \Rightarrow S_3 = \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

A questo punto avendo "in mano" i segni di tutti i fattori possiamo fare il seguente grafico:

		$-\frac{3}{2}$		$\frac{1}{6}$	
		•		•	
F_1	+		+	•	-
F_2	-	○	+		+
F_3	-	○	+		+
$\frac{N}{D}$					
	(+)		(+)		-

Concludiamo che la soluzione della prima disequazione¹ è $S = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{6}\right]$.

La **(PARTE 2)** consiste nel determinare le soluzioni della seconda disequazione del sistema che è una disequazione fratta:

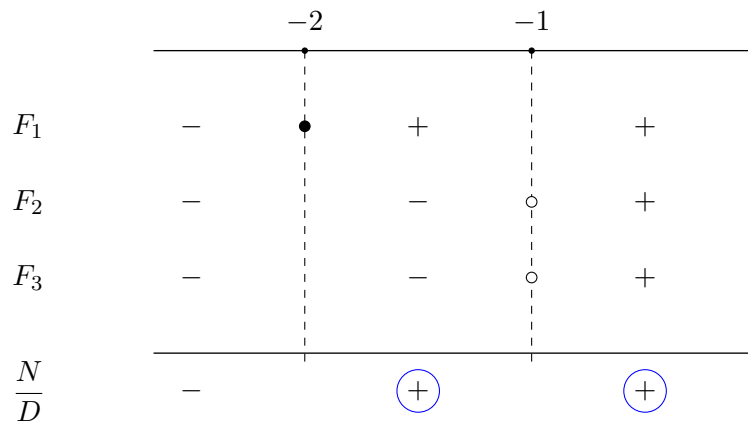
$$\frac{x+2}{(x+1)(x+1)} \geq 0$$

$$F_1 : x+2 \geq 0 \implies x \geq -2 \implies S_1 = [-2, +\infty)$$

$$F_2 : x+1 > 0 \implies S_2 = (-1, +\infty)$$

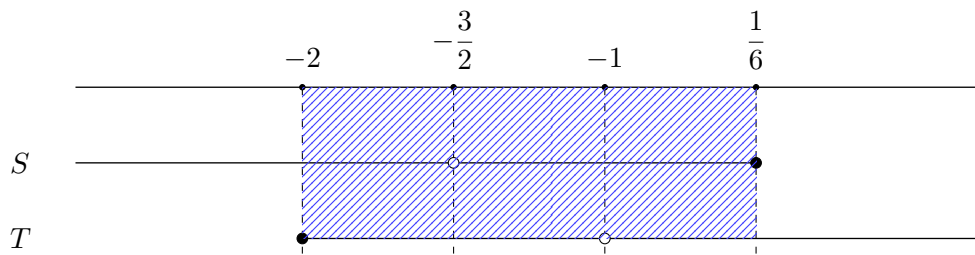
$$F_3 : x+1 > 0 \implies S_3 = (-1, +\infty)$$

A questo punto avendo "in mano" i segni di tutti i fattori possiamo fare il seguente grafico:



Concludiamo che la soluzione della seconda disequazione² è $T = [-2, -1) \cup (-1, +\infty)$.

Ora dobbiamo fare la rappresentazione grafica per determinare le soluzioni del sistema:



Concludiamo che la soluzione del sistema è $S_G = \left[-2, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{3}{2}, -1\right) \cup \left(-1, \frac{1}{6}\right]$.

¹A dire il vero il denominatore di questa disequazione si poteva discutere in un modo più fast! Poi ne discutiamo!

²A dire il vero il denominatore di questa disequazione si poteva discutere in un modo più fast! Poi ne discutiamo!