

# Esempi disequazioni fratte "light"

Istituto "ASSTEAS"-Buccino-

F. Fernicola

13 Settembre 2024

In questa sezione vogliamo discutere di un'altra classe di disequazioni, le disequazioni frazionarie o fratte e lo faremo utilizzando la regola dei segni. In altre parole troveremo le soluzioni della disequazione posta studiando il segno sia del numeratore che del denominatore, faremo un rappresentazione dei segni e dalla sua analisi scriveremo le soluzioni. Vediamo però in pratica come si procede.

**Esempio 1** Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2x + 1}{-3x + 5} \leq 0$$

## Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)**  $2x + 1 \geq 0 \implies 2x \geq -1 \implies x \geq -\frac{1}{2}$ , dunque  $S_1 = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- **(Denominatore)**  $-3x + 5 > 0 \implies -3x > -5 \implies x < \frac{5}{3}$ , dunque  $S_2 = \left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$ .

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

	$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$	
	-----			
	•		•	
$N$	-	•	+	+
$D$	+	+	○	-
	-----			
$\frac{N}{D}$	-	+	-	-

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è  $\leq 0$  e la linea in corrispondenza di  $\frac{N}{D}$ , possiamo concludere che la soluzione della disequazione è  $S = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$

**Esempio 2** Risolvere la seguente disequazione:

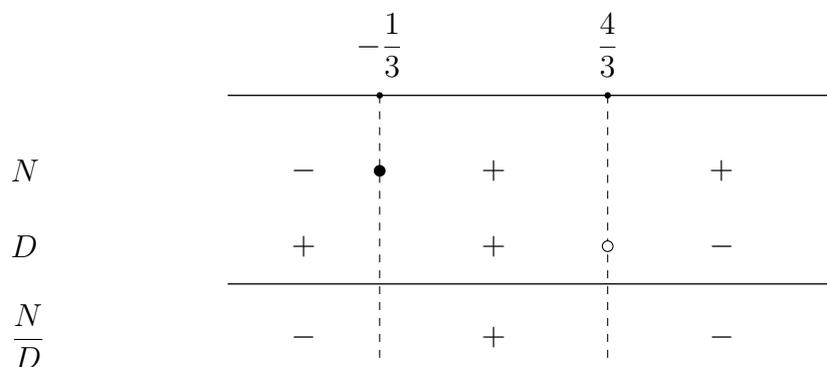
$$\frac{3x + 1}{-3x + 4} \geq 0$$

**Svolgimento**

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)**  $3x + 1 \geq 0 \implies 3x \geq -1 \implies x \geq -\frac{1}{3}$ , dunque  $S_1 = \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$
- **(Denominatore)**  $-3x + 4 > 0 \implies 3x < 4 \implies x < \frac{4}{3}$ , dunque  $S_2 = \left(-\infty, \frac{4}{3}\right)$ .

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:



Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è  $\geq 0$  e la linea in corrispondenza di  $\frac{N}{D}$ , possiamo concludere che la soluzione della disequazione è  $S = \left[-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

**Esempio 3** Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2x - 1}{5x + 2} > 0$$

**Svolgimento**

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)**  $2x - 1 > 0 \implies 2x > 1 \implies x > \frac{1}{2}$ , dunque  $S_1 = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- **(Denominatore)**  $5x + 2 > 0 \implies 5x > -2 \implies x > -\frac{2}{5}$ , dunque  $S_2 = \left(-\frac{2}{5}, +\infty\right)$ .

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$-\frac{2}{5}$		$\frac{1}{2}$	
		-----			
$N$	-	•	-	○	+
$D$	-	○	+	•	+
		-----			
$\frac{N}{D}$	+		-		+

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è  $> 0$  e la linea in corrispondenza di  $\frac{N}{D}$ , possiamo concludere che la soluzione della disequazione è  $S = \left(-\infty, -\frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ .

**Esempio 4** Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{-6x + 1}{x - 4} < 0$$

**Svolgimento**

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)**  $-6x + 1 > 0 \implies 6x < 1 \implies x < \frac{1}{6}$ , dunque  $S_1 = \left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$
- **(Denominatore)**  $x - 4 > 0 \implies x > 4$ , dunque  $S_2 = (4, +\infty)$ .

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$\frac{1}{6}$		4	
		-----			
$N$	+	○	-	•	-
$D$	-		-	○	+
		-----			
$\frac{N}{D}$	-		+		-

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è  $< 0$  e la linea in corrispondenza di  $\frac{N}{D}$ , possiamo concludere che la soluzione della disequazione è  $S = \left(-\infty, -\frac{1}{6}\right) \cup (4, +\infty)$ .

### Esercizio 1

Risolvere le seguenti disequazioni fratte:

$$a) \frac{-2x + 5}{3x - 1} \leq 0$$

$$b) \frac{5x - 2}{-x - 3} > 0$$

$$c) \frac{4x - 1}{2x + 5} < 0$$

$$d) \frac{-2x - 7}{7x - 1} \geq 0$$