445 ESERCIZIO GUIDATO

Risolvi la disequazione $\log_2 x + \log_2 (x-2) < 1$.

- Poni le condizioni di esistenza dei logaritmi: $\begin{cases} x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > .....$
- Nell'ipotesi che siano verificate le condizioni di esistenza, puoi scrivere la seguente catena di disequazioni:

$\log_2 x + \log_2 (x-2) < \log_2 .....$

$\log_2 [x(x-2)] < \log_2 .....$ Ricorda che $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$

$x^2 - 2x < ..... \Rightarrow 1 - \sqrt{.....} < x < 1 + \sqrt{.....}$

- Poni a sistema le soluzioni trovate al passo precedente con le condizioni di esistenza:

$\begin{cases} x > ..... \\ 1 - \sqrt{.....} < x < 1 + \sqrt{.....} \end{cases} \Rightarrow ....$ $[2 < x < 1 + \sqrt{3}]$

Risolvi le seguenti disequazioni, ricordando le proprietà dei logaritmi.

446 $\log x \geq 1 + \log x^2$ $\left[0 < x \leq \frac{1}{10}\right]$

447 $\log_2 x - \log_2 (x-1) \leq 2$ $\left[x \geq \frac{4}{3}\right]$

448 $2\log_2 x - \log_2 (2x-4) > 0$ $[x > 2]$

449 $\log_2 (3-x) + \log_2 (3+x) \geq 1$ $[-\sqrt{7} \leq x \leq \sqrt{7}]$

450 $\log (x+1) + \log (3-x) > 2\log 2$ [Impossibile]

451 $\log (5-x) + \log \frac{x}{2} \geq \log (x-2)$ $[2 < x \leq 4]$

452 $\log (x-1) - \log (3+2x-x^2) \leq \log (2-x) - \log (x+1)$ $[1 < x \leq 3 - \sqrt{2}]$

453 $2\log (x+2) - \log (x+5) > \log (-x)$ $\left[-\frac{1}{2} < x < 0\right]$

454 $\frac{1}{2}\log_2 x - \log_2 (x-1) \leq \frac{1}{2}$ $[x \geq 2]$

455 $\log_3 x^2 - \log_9 x \leq 2$ $[0 < x \leq 3\sqrt[3]{3}]$

456 $\log_2 (x+2) \geq \log_{\frac{1}{2}} (x-1)$ $\left[x \geq \frac{\sqrt{13}-1}{2}\right]$

457 $\log_3 (x-2) \leq \log_{\frac{1}{3}} (x+1)$ $\left[2 < x \leq \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$

458 $x \ln 4 - x \ln 8 \geq \ln \frac{\sqrt{2^x}}{4^x \cdot 8^{x-1}}$ $\left[x \geq \frac{6}{7}\right]$

Risolvi le seguenti disequazioni, ricorrendo a opportune incognite ausiliarie.

459 $\ln^2 x + \ln x > 0$ $[0 < x < e^{-1} \vee x > 1]$

460 $4 - \ln^2 x \geq 0$ $[e^{-2} \leq x \leq e^2]$

461 $\ln^2 x + \ln x < 2$ $[e^{-2} < x < e]$

462 $2\log_2^2 x \geq \log_2 x + 1$ $\left[0 < x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \vee x \geq 2\right]$

463 $\log_2^2 x + 4\log_2 x - 5 \geq 0$ $\left[0 < x \leq \frac{1}{32} \vee x \geq 2\right]$

464 $\log_2 x^2 + \frac{1}{\log_2 x} \leq 3$ $[0 < x < 1 \vee \sqrt{2} \leq x \leq 2]$

465 $\frac{1}{\log^2 x - 1} + \frac{1}{\log x + 1} \geq \frac{1}{1 - \log x}$ $\left[\frac{1}{10} < x \leq \frac{\sqrt{10}}{10} \vee x > 10\right]$

466 $\log_2^3 x - \log_2 x \geq 0$ $\left[\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \vee x \geq 2\right]$

467 $\log^2 x - 6\log \sqrt{x} > -2$ $[0 < x < 10 \vee x > 100]$