

Prova di goniometria

18 Febbraio 2025

Cognome _____ Nome _____ Classe _____

Esercizio 1 Determina il valore della seguente espressione goniometrica:

$$\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) - \operatorname{ctg}\left(\frac{23}{6}\pi\right) + \sec\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{2}{3}\pi\right) + \operatorname{csc}\left(-\frac{19}{4}\pi\right) + \sin\left(-\frac{7}{6}\pi\right) + \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

Esercizio 2 Utilizzando le regole sugli archi associati semplifica la seguente relazione goniometrica:

$$\sec\left(-\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) - \sin\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right) + \operatorname{tg}(\alpha - 2\pi) - \operatorname{csc}(-\pi - \alpha) + 2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) = -2\cos\alpha$$

Esercizio 3 Tenendo conto delle relazioni fondamentali semplifica la seguente espressione:

$$\frac{1 - \sin^2\beta - \cos^2\beta + \cos\beta}{\sin^2\beta} \cdot \cos\beta + (\sin\beta + \cos\beta)^2 \cdot \left(\frac{1}{\operatorname{ctg}\beta} + \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}\right) - \frac{1}{\sin\beta \cdot \cos\beta} - 1 = \operatorname{csc}^2\beta$$

Esercizio 4 Determina il valore delle seguenti espressioni:

a) $\arccos\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{arcctg}(\sqrt{3}) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - \arcsin\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2}{3}\pi$

b) Sapendo che $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$, nel caso sia $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, determinare $\operatorname{csc}(\alpha)$, $\operatorname{ctg}(\alpha)$

$$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \operatorname{csc}\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4} \quad \operatorname{ctg}\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Esercizio 5 Sia data la circonferenza di equazione $\gamma: x^2 + y^2 = 2$ e la retta $r: (\sqrt{3} + 2)x + y - 2(\sqrt{3} + 2) = 0$. Detta t la retta tangente nel punto $P \equiv (1, -1)$ alla circonferenza γ . Determinare l'angolo acuto formato dalle rette t e r .

$$\alpha = 60^\circ$$