

Esempi disequazioni fratte "light"

Istituto "ASSTEAS"-Buccino-

F. Fernicola

13 Settembre 2024

In questa sezione vogliamo discutere di un'altra classe di disequazioni, le disequazioni frazionarie o fratte e lo faremo utilizzando la regola dei segni. In altre parole troveremo le soluzioni della disequazione posta studiando il segno sia del numeratore che del denominatore, faremo un rappresentazione dei segni e dalla sua analisi scriveremo le soluzioni. Vediamo però in pratica come si procede.

Esempio 1 Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2x + 1}{-3x + 5} \leq 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)** $2x + 1 \geq 0 \implies 2x \geq -1 \implies x \geq -\frac{1}{2}$, dunque $S_1 = \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- **(Denominatore)** $-3x + 5 > 0 \implies -3x > -5 \implies x < \frac{5}{3}$, dunque $S_2 = \left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$.

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

	$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$	

	•		•	
N	-	•	+	+
D	+	+	○	-

$\frac{N}{D}$	-	+	-	-

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è ≤ 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$

Esempio 2 Risolvere la seguente disequazione:

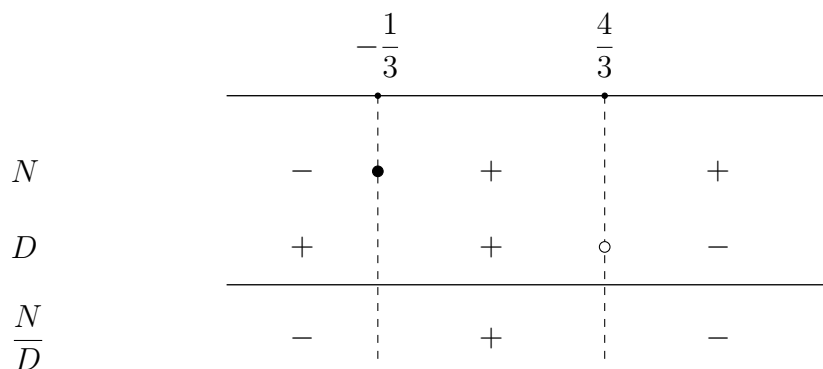
$$\frac{3x + 1}{-3x + 4} \geq 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)** $3x + 1 \geq 0 \implies 3x \geq -1 \implies x \geq -\frac{1}{3}$, dunque $S_1 = \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$
- **(Denominatore)** $-3x + 4 > 0 \implies 3x < 4 \implies x < \frac{4}{3}$, dunque $S_2 = \left(-\infty, \frac{4}{3}\right)$.

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:



Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è ≥ 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S = \left[-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

Esempio 3 Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2x - 1}{5x + 2} > 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)** $2x - 1 > 0 \implies 2x > 1 \implies x > \frac{1}{2}$, dunque $S_1 = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- **(Denominatore)** $5x + 2 > 0 \implies 5x > -2 \implies x > -\frac{2}{5}$, dunque $S_2 = \left(-\frac{2}{5}, +\infty\right)$.

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$-\frac{2}{5}$		$\frac{1}{2}$	
		-----		-----	
N	-	•	-	○	+
D	-	○	+	+	+
	-----		-----		
$\frac{N}{D}$	+		-		+

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è > 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S = \left(-\infty, -\frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

Esempio 4 Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{-6x + 1}{x - 4} < 0$$

Svolgimento

Studiamo separatamente il segno del numeratore e del denominatore.

- **(Numeratore)** $-6x + 1 > 0 \implies 6x < 1 \implies x < \frac{1}{6}$, dunque $S_1 = \left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$
- **(Denominatore)** $x - 4 > 0 \implies x > 4$, dunque $S_2 = (4, +\infty)$.

A questo punto avendo "in mano" il segno del numeratore e del denominatore possiamo fare il seguente grafico:

		$\frac{1}{6}$		4	
		-----		-----	
N	+	○	-	-	-
D	-	-	-	○	+
	-----		-----		
$\frac{N}{D}$	-		+		-

Dopo aver rappresentato il segno del numeratore e del denominatore, guardando il verso della disequazione assegnata che nel nostro caso è < 0 e la linea in corrispondenza di $\frac{N}{D}$, possiamo concludere che la soluzione della disequazione è $S = \left(-\infty, -\frac{1}{6}\right) \cup (4, +\infty)$.

Esercizio 1

Risolvere le seguenti disequazioni fratte:

$$a) \frac{-2x + 5}{3x - 1} \leq 0$$

$$b) \frac{5x - 2}{-x - 3} > 0$$

$$c) \frac{4x - 1}{2x + 5} < 0$$

$$d) \frac{-2x - 7}{7x - 1} \geq 0$$