

Esercizio con impostazione sbagliata

Istituto "ASSTEAS"-Buccino-

F. Fericola

10 Maggio 2024

Esercizio 1 Risolvere la seguente equazione irrazionale:

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+6} = \sqrt{4-x}$$

Svolgimento non corretto

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+6 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \iff -1 \leq x \leq 4$$

Elevando ambo i membri al quadrato otteniamo:

$$x+1+x+6-2\sqrt{x^2+7x+6}=4-x$$

Facendo i dovuti aggiustamenti si ottiene:

$$2\sqrt{x^2+7x+6}=3x+3$$

Poniamo $3x+3 \geq 0 \implies x \geq -1$, intersecando con il range di soluzioni precedenti resta $-1 \leq x \leq 4$.

Elevando ambo i membri al quadrato troviamo:

$$4x^2+28x+24=9x^2+18x+9 \implies 5x^2-10x-15=0 \implies x^2-2x-3=0 \implies x_1=-1 \vee x_2=3$$

Guardando le soluzioni trovate saremmo indotti ad accettarle entrambi in quanto sappiamo che $-1 \leq x \leq 4$, purtroppo una verifica materiale delle soluzioni nell'equazione irrazionale assegnata mette in evidenza che entrambi i valori trovati non soddisfano l'equazione di partenza (provate!!!).

Come mai si è presentata questa anomalia?

L'errore è nato in partenza, in quanto abbiamo elevato al quadrato la quantità negativa $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+6}$. Dunque facciamo bene attenzione quando trattiamo equazioni irrazionali ci dobbiamo assicurare che entrambi i membri siano non negativi.

Il modo corretto è scrivere l'equazione nel seguente modo (tutti i radicali aventi segno positivo!!):

Svolgimento corretto

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{x+6} + \sqrt{4-x}$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+6 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \iff -1 \leq x \leq 4$$

Elevando ambo i membri al quadrato otteniamo:

$$x+1 = x+6+4-x+2\sqrt{-x^2-2x+24}$$

Facendo i dovuti aggiustamenti si ottiene:

$$2\sqrt{-x^2-2x+24} = x-9$$

Poniamo $x-9 \geq 0 \implies x \geq 9$, intersecando con il range di soluzioni precedenti $-1 \leq x \leq 4$ si ottiene il vuoto e concludiamo che l'equazione irrazionale è impossibile.