Equazioni di secondo grado e rettangolo aureo

Liceo Assteas -Buccino-
F. Fernicola 16 Dicembre 2023

Equazione di secondo grado

Un'equazione di secondo grado in forma normale è scritta nel seguente modo:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e con } a \neq 0$$

Si chiama *discriminante*, si indica con Δ, dell'equazione di secondo grado la quantità $\Delta = b^2 - 4ac$. La formula risolutiva, poi la dimostreremo, è la seguente:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \begin{array}{l} \nearrow \quad x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \\ \searrow \quad x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{array}$$

Esercizio 1. *Determinare le radici della seguente equazione di secondo grado:*

$$2x^2 + 4x - 1 = 0$$

Rettangolo aureo

I greci ritenevano che il rettangolo in basso sia *visivamente bello* da vedere e tale figura ha fortemente condizionate anche l'arte. Molti si sono ispirati alle dimensione auree e lo stesso Fidia, scultore greco, le utilizza per progettare la parte frontale del Partenone. Ricordiamo che $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \sim 1,6180339887...$

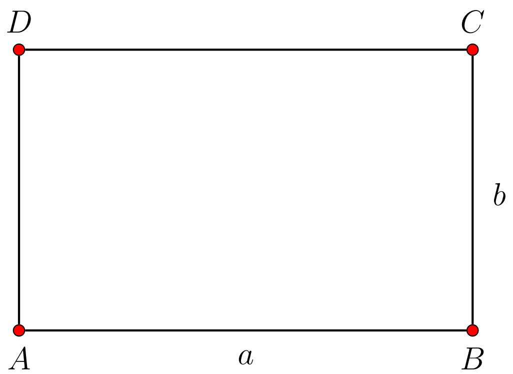

Figura 1: Rettangolo aureo di dimensioni a e b

Ricordiamo che b è sezione aurea di a se vale la seguente relazione:

$$a : b = b : (a - b)$$

Dalle proprietà delle proporzioni, applicando la proprietà del comporre, possiamo scrivere:

$$(a + b) : a = a : b$$

Osserviamo che da entrambe le relazioni possiamo dedurre l'equazione:

$$a^2 - ab - b^2 = 0$$

Questa può essere vista come un'equazione di secondo grado in a (a vista come incognita e b come coefficiente).

Intanto calcolo il discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = b^2 + 4b^2 = 5b^2$. Determiniamo le due radici distinte e dunque:

$$a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b \pm l\sqrt{5b^2}}{2} = \frac{b \pm b\sqrt{5}}{2} = \begin{array}{l} \nearrow \quad a_1 = \dfrac{b + b\sqrt{5}}{2} \\[2ex] \searrow \quad a_2 = \dfrac{b - b\sqrt{5}}{2} \end{array}$$

Delle due radici solo a_1 possiamo considerare in quanto è l'unica positiva, trattandosi del lato del rettangolo, quindi possiamo scrivere $a = \frac{b + b\sqrt{5}}{2} \implies a = \frac{b(\sqrt{5}+1)}{2} \implies \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \phi$