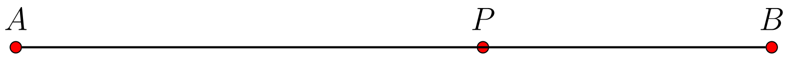
Nota sezione aurea di un segmento

Liceo Assteas -Buccino-

F. Fernicola 1 Dicembre 2023

Questa nota nasce con l'intento di fare chiarezza ai miei studenti sulla nozione di sezione aurea e dare uno spunto a quanto esposto nel problema di FLATlandia di Dicembre 2023. Iniziamo subito con la definizione:

Sia assegnato un segmento di estremi di estremi A e B con P punto interno al segmento:



Diremo che il segmento AP è sezione aurea del segmento AB se vale la seguente proporzione:

$$\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AP} : \overline{PB}$$

A parole possiamo dire che la *la sezione di un segmento* è quella parte del segmento che è *media proporzionale* tra l'intero segmento e la parte restante.

Supponiamo che $\overline{AB} = l$ e indichiamo con $\overline{AP} = x$, allora $\overline{PB} = l - x$ e quindi:

$$l : x = x : (l - x)$$

$x^2 = l^2 - lx \iff x^2 + lx - l^2 = 0$

Intanto calcolo il discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = l^2 + 4l^2 = 5l^2$. Determiniamo le due radici distinte e dunque:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-l \pm l\sqrt{5l^2}}{2} = \frac{-l \pm l\sqrt{5}}{2} = \begin{array}{l} \nearrow \quad x_1 = \dfrac{-l + l\sqrt{5}}{2} \\ \searrow \quad x_2 = \dfrac{-l - l\sqrt{5}}{2} \end{array}$$

Trattandosi di una lunghezza la soluzione accettabile è $x = \dfrac{-l + l\sqrt{5}}{2} = \dfrac{l(\sqrt{5} - 1)}{2}$.

Osserviamo esplicitamente che se il segmento $\overline{AB} = 1 \Longrightarrow \overline{PB} = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Invece il rapporto:

$$\phi = \frac{\overline{AB}}{\overline{PB}} = \frac{l}{\dfrac{l(\sqrt{5} - 1)}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} = \frac{2}{\sqrt{5} - 1} \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}.$$

In forma compatta $\phi = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{PB}} = \dfrac{\sqrt{5} + 1}{2} \sim 1,6180339887...$ ϕ si dice *Costante di Fidia.*

Su questa costante si può dire tanto.......