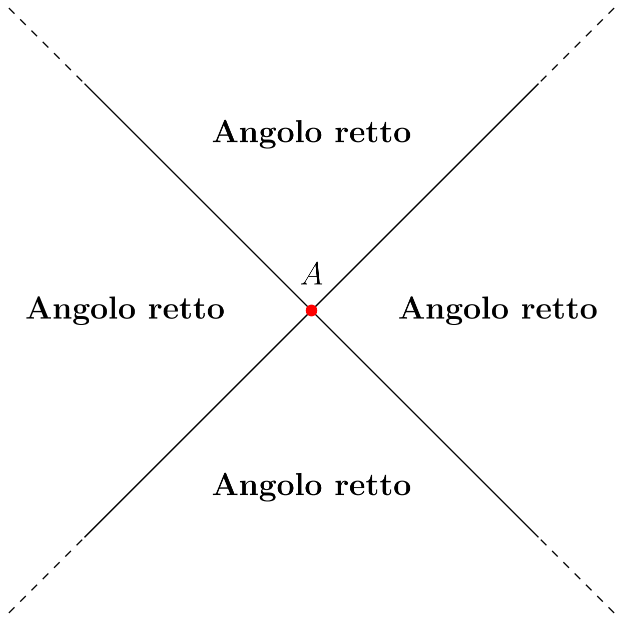
Nota retta perpendicolare

Liceo ”Wiligeolmo”-Modena-
F. Fernicola 16 Novembre 2021

Prima di passare al risultato principale che esporremmo in questa nota, possiamo dare la seguente:

Definizione 1. *Due rette del piano* r_1 *e* r_2 *si dicono* ortogonali *o* perpendicolari *se incidendosi in un punto* A *formano quattro angoli uguali.*



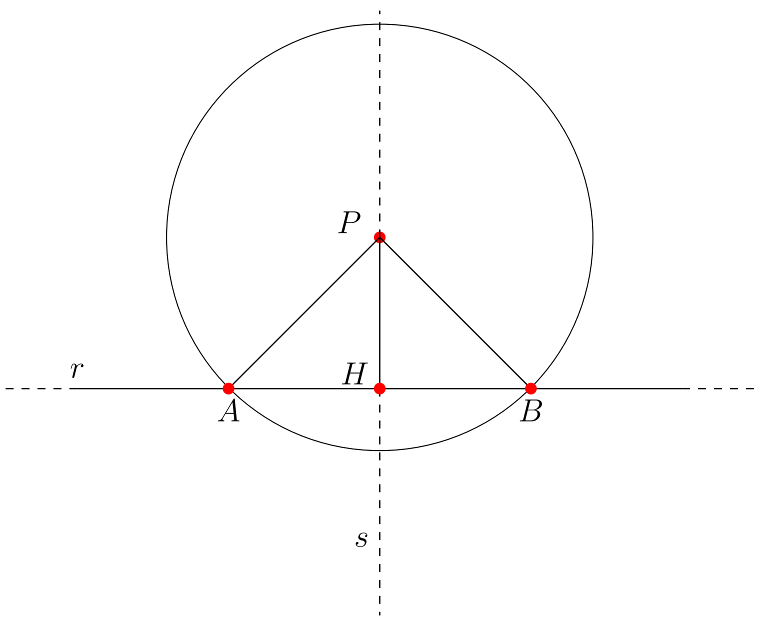
Ora enunciamo la seguente:

Proposizione 2. *Assegnati nel piano una retta* r *e un punto* P *esiste un'unica retta* s *passante per* P *ed ortogonale a* r.

Dimostrazione. Nel fare la dimostrazione procederemo in due modi:

- **Caso a)** Il punto P non appartiene a r.
- **Caso b)** Il punto P appartiene a r.

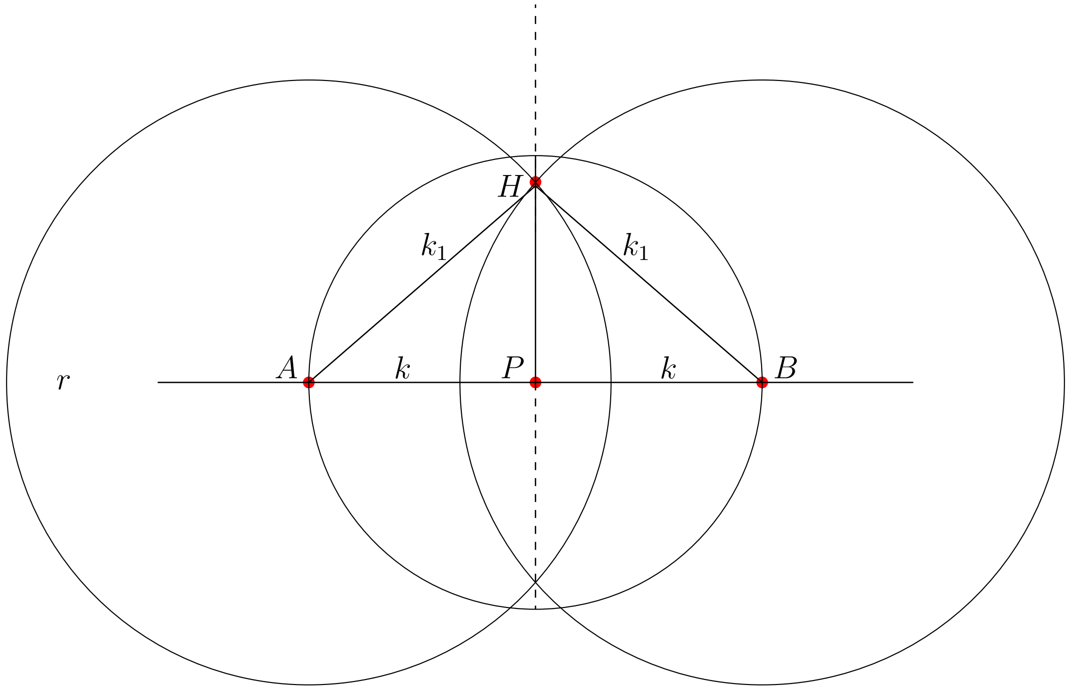
Vediamo il **Caso a)**



Con il compasso centrato in P costruiamo una circonferenza di centro P e raggio $k > 0$ che possa intersecare la retta r. Indichiamo con A e B i due punti di intersezione, successivamente congiungiamo A con P e B con P. Non ci sono dubbi che il triangolo $\overset{\triangle}{APB}$ è un triangolo isoscele in quanto due lati coincidono con i raggi della circonferenza. La bisettrice dell'angolo $\widehat{APB}$ prolungata dalla parte di P e di H è la retta s cercata in quanto essa è mediana e in particolare altezza del triangolo $\overset{\triangle}{APB}$. L'unicità della bisettrice garantisce anche l'unicità della retta ortogonale e questo chiude la dimostrazione nel **caso a)**.

Vediamo il **Caso b)**

In questa situazione creeremo le condizioni per ricadere nel **caso a)**.



Con il compasso centrato in P costruiamo una circonferenza di centro P e raggio $k > 0$, essa interseca la retta r nei punti A eB. Con il compasso centrato in A costruiamo una circonferenza di raggio $k_1 > k$ e allo stesso modo centrando il compasso in B costruiamo una circonferenza di raggio $k_1 > k$. Queste ultime due circonferenze si intersecano in due punti distinti che non appartengono a r, uno di essi è il punto H. Il triangolo $\overset{\triangle}{AHB}$ è isoscele per costruzione in quanto due lati coincidono con i raggi delle circonferenze di raggio k_1. Ora per H facciamo esattamente quello che abbiamo fatto per P nel caso precedente e anche in una tale situazione la bisettrice dell'angolo $\widehat{AHB}$ garantisce l'unicità della retta perpendicolare.

$\square$